teachoo.com

Series : SSO/1

Code No. 65/1/1
कोड नं.

Roll No.
रोल नं.

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.
विद्यार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर कोड नं. अवश्य लिखें ।

- Please check that this question paper contains **8** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the serial number of the question before attempting it.**
- 15 Minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the student will read the question paper only and will not write any answer on the answer script during this period.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न पत्र में मुद्रित पृष्ठ **8** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जायेगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।

teachoo

MATHEMATICS
गणित

Time allowed : 3 hours] *[Maximum marks : 100*
निर्धारित समय : 3 घण्टे] *[अधिकतम अंक : 100*

General Instructions :

(i) ***All*** *questions are compulsory.*

(ii) *The question paper consists of **29** questions divided into three Sections A, B and C. Section A comprises of **10** questions of **one** mark each, Section B comprises of **12** questions of **four** marks each and Section C comprises of **7** questions of **six** marks each.*

(iii) ***All*** *questions in Section A are to be answered in **one** word, **one** sentence or as per the exact requirement of the question.*

(iv) *There is no overall choice. However, internal choice has been provided in **4** questions of **four** marks each and **2** questions of **six** marks each. You have to attempt only **one** of the alternatives in all such questions.*

(v) *Use of calculators is **not** permitted.*

teachoo.com

teachoo.com

सामान्य निर्देश :

(i) ***सभी*** *प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) *इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं जो **तीन** खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब, तथा स। खण्ड अ में **10** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **एक** अंक का है । खण्ड ब में **12** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **चार** अंक का है । खण्ड स में **7** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **छः** अंक का है ।*

(iii) *खण्ड अ में **सभी** प्रश्नों के उत्तर **एक** शब्द, **एक** वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिए जा सकते हैं ।*

(iv) *पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं हैं । फिर भी **चार** अंकों वाले **4** प्रश्नों में तथा **छः** अंकों वाले **2** प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं । ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको **एक** ही विकल्प करना है ।*

(v) ***कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।***

SECTION – A

खण्ड – अ

Question numbers **1** to **10** carry **one** mark each.
प्रश्न संख्या **1** से **10** तक प्रत्येक प्रश्न **एक** अंक का है ।

1. Find the projection of $\vec{a}$ on $\vec{b}$ if $\vec{a}\cdot\vec{b} = 8$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$.

   $\vec{a}$ का $\vec{b}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए जबकि $\vec{a}\cdot\vec{b} = 8$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$ है ।

2. Write a unit vector in the direction of $\vec{a} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$.

   सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$ की दिशा में एक मात्रक सदिश लिखिए ।

3. Write the value of p for which $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + p\hat{j} + 3\hat{k}$ are parallel vectors.

   p का मान लिखिए जिसके लिए $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + p\hat{j} + 3\hat{k}$ समांतर सदिश हैं ।

4. If matrix A = (1 2 3), write AA$'$, where A$'$ is the transpose of matrix A.

   यदि आव्यूह A = (1 2 3) है तो आव्यूह AA$'$ लिखिए जहाँ A$'$, आव्यूह A का परिवर्त्त है ।

5. Write the value of the determinant $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 6x & 9x & 12x \end{vmatrix}$

   सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 6x & 9x & 12x \end{vmatrix}$ का मान लिखिए ।

teachoo.com

teachoo.com

6. Using principal value, evaluate the following :

$$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$$

मुख्य मान का प्रयोग कर निम्न का मान ज्ञात कीजिए ।

$$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$$

7. Evaluate : $\int \frac{\sec^2 x}{3+\tan x}\,dx$.

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sec^2 x}{3+\tan x}\,dx$.

8. If $\int_0^1 (3x^2 + 2x + k)\,dx = 0$, find the value of k.

यदि $\int_0^1 (3x^2 + 2x + k)\,dx = 0$ है, तो k का मान ज्ञात कीजिए ।

9. If the binary operation $*$ on the set of integers Z, is defined by $a * b = a + 3b^2$, then find the value of $2 * 4$.

यदि द्विआधारी संक्रिया $*$ पूर्णांकों के समुच्चय Z पर इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = a + 3b^2$ है, तो $2 * 4$ का मान ज्ञात कीजिए

10. If A is an invertible matrix of order 3 and $|A| = 5$, then find $|\text{adj. } A|$.

यदि A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है जिसकी कोटि 3 है, तथा $|A| = 5$ है तो $|\text{adj. } A|$ ज्ञात कीजिए ।

SECTION – B

खण्ड - ब

Question number **11** to **22** carry **4** marks each.

प्रश्न संख्या **11** से **22** तक प्रत्येक प्रश्न **4** अंक का है ।

11. If $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ and $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$, show that $\vec{a} - \vec{d}$ is parallel to $\vec{b} - \vec{c}$, where $\vec{a} \neq \vec{d}$ and $\vec{b} \neq \vec{c}$.

यदि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ तथा $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$ है, तो दर्शाइए कि $\vec{a} - \vec{d}$ तथा $\vec{b} - \vec{c}$, समांतर सदिश हैं, जबकि $\vec{a} \neq \vec{d}$ तथा $\vec{b} \neq \vec{c}$ है ।

teachoo.com

teachoo.com

12. Prove that : $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{16}{65}\right) = \frac{\pi}{2}$

OR

Solve for x : $\tan^{-1}3x + \tan^{-1}2x = \frac{\pi}{4}$

सिद्ध कीजिए कि : $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{16}{65}\right) = \frac{\pi}{2}$

अथवा

x के लिए हल कीजिए : $\tan^{-1}3x + \tan^{-1}2x = \frac{\pi}{4}$

13. Find the value of λ so that the lines

$$\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2\lambda} = \frac{5z-10}{11} \text{ and } \frac{7-7x}{3\lambda} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$$

are perpendicular to each other.

λ का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रेखाएँ $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2\lambda} = \frac{5z-10}{11}$ तथा $\frac{7-7x}{3\lambda} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$ परस्पर लंबवत् हों ।

14. Solve the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + y = \cos x - \sin x.$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए ।

$$\frac{dy}{dx} + y = \cos x - \sin x.$$

15. Find the particular solution, satisfying the given condition, for the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec}\left(\frac{y}{x}\right) = 0;\ y = 0 \text{ when } x = 1.$$

निम्न अवकल समीकरण के लिए दिए हुए प्रतिबंध को संतुष्ट करने वाला विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए ।

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec}\left(\frac{y}{x}\right) = 0;\ y = 0 \text{ जब } x = 1.$$

teachoo.com

teachoo.com

16. By using properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2.$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2.$$

17. A die is thrown again and again until three sixes are obtained. Find the probability of obtaining the third six in the sixth throw of the die.

एक पासे को बार-बार तब तक उछाला जाता है जब तक कि उस पर 6 का अंक तीन बार प्राप्त नहीं हो जाता । इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर तीसरा 6 का अंक उसे छठी बार उछालने पर प्राप्त होता है ।

18. Differentiate the following function w.r.t. x :

$$x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$$

निम्न फलन का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए :

$$x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$$

19. Evaluate : $\int \frac{e^x}{\sqrt{5 - 4e^x - e^{2x}}}\, dx.$

OR

Evaluate : $\int \frac{(x-4)e^x}{(x-2)^3}\, dx.$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{e^x}{\sqrt{5 - 4e^x - e^{2x}}}\, dx.$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{(x-4)e^x}{(x-2)^3}\, dx.$

20. Prove that the relation R in the set A = {1, 2, 3, 4, 5} given by R = { (a, b) : |a – b| is even}, is an equivalence relation.

सिद्ध कीजिए कि A = {1, 2, 3, 4, 5} में, R = { (a, b) : |a – b| सम है } द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध है ।

teachoo.com

teachoo.com

21. Find $\frac{dy}{dx}$ if $(x^2 + y^2)^2 = xy$.

OR

If $y = 3 \cos (\log x) + 4 \sin (\log x)$, then show that $x^2 \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$

यदि $(x^2 + y^2)^2 = xy$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि $y = 3 \cos (\log x) + 4 \sin (\log x)$ है, तो दर्शाइए कि $x^2 \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$

22. Find the equation of the tangent to the curve $y = \sqrt{3x - 2}$ which is parallel to the line $4x - 2y + 5 = 0$.

OR

Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}, x \neq 0$ is

(i) increasing (ii) decreasing.

वक्र $y = \sqrt{3x - 2}$ की उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $4x - 2y + 5 = 0$ के समांतर है ।

अथवा

अंतराल ज्ञात कीजिए जिन पर फलन f जो $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}, x \neq 0$ से प्रदत्त है, (i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है ।

SECTION – C

खण्ड - स

Question number **23** to **29** carry **6** marks each.

प्रश्न संख्या **23** से **29** तक प्रत्येक प्रश्न **6** अंक का है ।

23. Find the volume of the largest cylinder that can be inscribed in a sphere of radius r.

OR

A tank with rectangular base and rectangular sides, open at the top is to be constructed so that its depth is 2 m and volume is 8 m^3. If building of tank costs Rs. 70 per sq. metre for the base and Rs. 45 per sq. metre for sides, what is the cost of least expensive tank ?

उस बड़े से बड़े बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए जो r त्रिज्या वाले एक गोले के अन्तर्गत बनाया जा सकता है ।

अथवा

आयताकार आधार व आयताकार दीवारों की 2 मी. गहरी और 8 मी^{3} आयतन की एक बिना ढक्कन की टंकी का निर्माण करना है । यदि टंकी के निर्माण में आधार के लिए 70 रु. प्रति वर्गमीटर और दीवारों पर 45 रु. प्रति वर्गमीटर व्यय आता है तो निम्नतम खर्च से बनी टंकी की लागत क्या है ?

teachoo.com

teachoo.com

24. A diet is to contain at least 80 units of Vitamin A and 100 units of minerals. Two foods F_1 and F_2 are available. Food F_1 costs Rs. 4 per unit and F_2 costs Rs. 6 per unit. One unit of food F_1 contains 3 units of Vitamin A and 4 units of minerals. One unit of food F_2 contains 6 units of Vitamin A and 3 units of minerals. Formulate this as a linear programming problem and find graphically the minimum cost for diet that consists of mixture of these two foods and also meets the minimal nutritional requirements.

एक भोज्य पदार्थ में कम से कम 80 मात्रक विटामिन A और 100 मात्रक खनिज होना चाहिए । दो प्रकार के भोज्य F_1 और F_2 उपलब्ध हैं । भोज्य F_1 की लागत 4 रु. प्रति मात्रक और F_2 की लागत 6 रु. प्रति मात्रक है । भोज्य F_1 की एक इकाई में 3 मात्रक विटामिन A और 4 मात्रक खनिज है । F_2 की प्रति इकाई में 6 मात्रक विटामिन A और 3 मात्रक खनिज हैं । इसको एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में सूत्रबद्ध कीजिए । आलेख द्वारा उस आहार का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए, जिसमें इन दो भोज्यों का मिश्रण है और उसमें न्यूनतम आवश्यक पोषक तत्त्व हैं ।

25. Three bags contain balls as shown in the table below :

Bag	Number of White balls	Number of Black balls	Number of Red balls
I	1	2	3
II	2	1	1
III	4	3	2

A bag is chosen at random and two balls are drawn from it. They happen to be white and red. What is the probability that they came from the III bag ?

तीन थैलों में गेदों की संख्या निम्न तालिका में दी है :

थैला	सफेद गेंदों की संख्या	काली गेंदों की संख्या	लाल गेंदों की संख्या
I	1	2	3
II	2	1	1
III	4	3	2

एक थैला यादृच्छया चुना गया तथा उसमें से दो गेंदें निकाली गई । वह सफेद तथा लाल रंग की पायी गयीं । प्रायिकता क्या है कि वह III थैले में से ली गयी थी ?

26. Using matrices, solve the following system of equations :

$$2x - 3y + 5z = 11$$
$$3x + 2y - 4z = -5$$
$$x + y - 2z = -3$$

आव्यूहों का प्रयोग करके निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$2x - 3y + 5z = 11$$
$$3x + 2y - 4z = -5$$
$$x + y - 2z = -3$$

teachoo.com

teachoo.com

27. Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx$

OR

Evaluate : $\int_0^{\pi/2} (2 \log \sin x - \log \sin 2x)\, dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} (2 \log \sin x - \log \sin 2x)\, dx$

28. Using the method of integration, find the area of the region bounded by the lines

$2x + y = 4$, $3x - 2y = 6$ and $x - 3y + 5 = 0$

समाकलन विधि का प्रयोग करते हुए रेखाओं

$2x + y = 4$, $3x - 2y = 6$ तथा $x - 3y + 5 = 0$

से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

29. Find the equation of the plane passing through the point (–1, 3, 2) and perpendicular to each of the planes $x + 2y + 3z = 5$ and $3x + 3y + z = 0$.

बिन्दु (–1, 3, 2) से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $x + 2y + 3z = 5$ तथा $3x + 3y + z = 0$ में से प्रत्येक पर लम्ब हो ।

teachoo.com